

Студентске праксе Математичког института САНУ  
јун 2024.



## Истаживање из комбинаторике

**Ментор.** Лука Милићевић

**Опис.** Сваки кандидат би добио по три отворена проблема из комбинаторике, од којих би изабрао један током прве недеље праксе и на њему радио остатак свог времена. Како би студент имао више могућности за развијање сопствених интересовања, сваки проблем би био из различите подобласти као што су комбинаторна геометрија, екстремална комбинаторика или теорија графова.

## Развој алгоритама за проблеме оптимизације

**Ментори.** Татјана Давидовић, Драган Урошевић, Слободан Јелић, Рака Јовановић, Душан Рамљак

**Опис.** Ова тема припада научној дисциплини Операциона истраживања. Рад би био усмерен на развој математичких модела, егзактних и хеуристичких метода оптимизације за различите, академске и практичне проблеме оптимизације (оптимизација на графовма, распоређивање, транспорт, локација, новије варијанте проблема трговачког путника, итд.). Поред примене различитих егзактних метода опште намене (нпр. CPLEX, Gurobi, LINGO), развијали би се егзактни и хеуристички алгоритми специфични за конкретан разматрани проблем. Посебна пажња била би посвећена метахеуристикама, приближним методама опште намене које омогућавају да се превазиђу недостаци егзактних метода, тј. велики захтеви за временским и меморијским ресурсима. Специјално би се промовисале оне метахеуристике које су развили српски истраживачи: Метода променљивих околина (Variable Neighborhood Search, VNS) и Оптимизација колонијом пчела (Bee Colony Optimization, BCO). Истраживања би такође била усмерена ка хибридизацији метахеуристика са постојећим и новоразвијеним техникама машинског учења. Поред развоја и имплементације, радило би се на паралелизацији, теоријској и емпиријској анализи метахеуристика. Значајан сегмент истраживања у оквиру летње праксе био би усмерен на имплементацију оптимизационих метода за релане проблеме оптимизације који се јављају у науци и индустрији. Кроз тај рад, студентима се омогућује развој и примена вештина и техника везаних за програмирање, оптимизацију, теорију графова и машинско учење. Заинтересованим студентима ће бити омогућено да примењују технике из науке о подацима, као што су визуализација, анализа података, теорија игара, учење са подстицајем (reinforcement learning), удружено учење (collaborative learning), системи препорука (recommender systems) итд.

**Потребно предзнање.** програмерске вештине, C(C++), C#, Java, R, Python. Такође, предлажемо студентима да се упознају са постојећим софтверима за проналажење оптималних вредности параметара метахеуристичких метода (нпр. iRace).

**Корисна литература.**

- IBM ILOG CPLEX 12.7 Optimization Studio CPLEX User's Manual, 2017.  
[https://www.ibm.com/support/knowledgecenter/SSSA5P\\_12.7.1/ilog.odms.studio.help/pdf/usrcplex.pdf](https://www.ibm.com/support/knowledgecenter/SSSA5P_12.7.1/ilog.odms.studio.help/pdf/usrcplex.pdf)
- LINGO - The Modeling Language and Optimizer, LINDO Systems Inc. 2020.  
<https://www.lindo.com/downloads/PDF/LINGO.pdf>
- Gurobi Optimizer Reference Manual, Version 9.0, Gurobi Optimization, LLC, 2020.  
[https://www.gurobi.com/wp-content/plugins/hd\\_documentations/documentation/9.0/refman.pdf](https://www.gurobi.com/wp-content/plugins/hd_documentations/documentation/9.0/refman.pdf)
- Woeginger, Gerhard J. "Exact algorithms for NP-hard problems: A survey". Combinatorial optimization—eureka, you shrink!. Springer, Berlin, Heidelberg, 2003. 185-207.
- Talbi, El-Ghazali, "Metaheuristics: from design to implementation", John Wiley and Sons, 2009.
- Hansen, Pierre, et al., "Variable neighborhood search: basics and variants", EURO Journal on Computational Optimization 5(3):423-454, 2017.
- Davidović, Tatjana, "Bee Colony Optimization: Recent Developments and Applications", (plenary talk), Proc. Balkan Conference on Operational Research, BALCOR 2015, Constanta, Romania, Sept. 9-12, 2015. Mircea cel Batran Naval Academy Scientific Bulletin, 18(2):225-235, 2015.

## Механика чврстих тела: Теорија и примена

**Ментор.** Данило Карличић

**Опис.** Истраживање припада домену механике и термодинамике меких и активних материјала. У оквиру ове теме, кандидат се опредељује за један од наредна три задатка.

### **Задатак 1: Теорија спрегнутог поља код меких актуатора.**

У оквиру неравнотежне термодинамике континуума разматраћемо неколико основних проблема у којима се јављају спрегнута поља, са посебним нагласком на теорију термоелектроеластичности и термоелектровискоеластичности у меканим и активним материјалима. Такође, посебан нагласак ће бити дат на анизотропији, односно на томе како се различита својства материјала мењају у зависности од правца, што је нарочито важно за разумевање комплексног понашања меканих материјала (диелектричних и магнетних еластомера) под различитим условима оптерећења.

### **Задатак 2: Модел неравнотежне термодинамике јонског хидрогела.**

Други задатак предложеног истраживања је у вези са анализом спрегнутих поља дифузије и еластичности, где ће се истраживати ефекти процеса дифузије хемијских супстанци на механичка својства материјала. Ово истраживање ће омогућити дубље разумевање комплексне интеракције различитих физичких феномена у меком хидрогелу, као што су бубрење и сушење, што је од кључног значаја за развој нових технологија и примена у биомедицини и флексибилној електроници.

### **Задатак 3: Механика биолошког раста.**

Трећи задатак се односи на основе механике раста у биолошким и активним материјалима. Главне релације се изводе на основу коначне теорије еластичности са одговарајућим тензорима изотропног и анизотропног раста. Анализираће се основни типови еластичне нестабилности које се јављају током раста биолошког ткива.

### **Корисна литература.**

- Holzapfel, G. A., *Nonlinear Solid Mechanics. A Continuum Approach for Engineering*, Wiley, Chichester (2000).
- Gurtin, M. E., Fried, E., & Anand, L., *The mechanics and thermodynamics of continua*. Cambridge University Press, (2010).

- Volokh, Konstantin. Mechanics of soft materials. Vol. 337. Singapore: Springer, 2016.
- Dorfmann, L., & Ogden, R. W. (2014). Nonlinear theory of electroelastic and magnetoelastic interactions (Vol. 1). New York: Springer.
- Goriely, A. (2017). The mathematics and mechanics of biological growth (Vol. 45). Springer.
- Li, H., & Silberschmidt, V. (Eds.). (2022). The Mechanics of Hydrogels: Mechanical Properties, Testing, and Applications. Woodhead Publishing.

### Јанг-Бакстерова матрична једначина и њене примене

**Ментор.** Богдан Ђорђевић

**Опис.** У оквиру ове теме кандидат би спроводио истраживање на тему решавања Јанг-Бакстерове матричне једначине  $AXA = XAX$ , под претпоставком да дата матрица  $A$  поседује одређена својства (попут инвертибилности, уопштене инвертибилности, нилпотентности, да је унитарна, самокоњугована, косо-симетрична, пермутациона матрица, или да је двоструко-стохастичка матрица). Циљ праксе је да кандидат развије нове методе за решавање ове једначине, и да конструише нове класе решења. У оквиру праксе би се такође изучавала и повезаност са групом плетеница .

#### Корисна литература.

- N. Č. Dinčić and B. D. Djordjević, "On the intrinsic structure of the solution set to the Yang-Baxter-like matrix equation", Rev. Real Acad. Cienc. Exactas Fis. Nat. Ser. A-Mat. 116:73 (2022)  
<https://doi.org/10.1007/s13398-022-01214-8>
- N. Č. Dinčić and B. D. Djordjević, "Yang–Baxter-like Matrix Equation: Road Less Taken", Matrix and Operator Equations and Applications, Springer (2023) 241-346  
[https://doi.org/10.1007/16618\\_2023\\_49](https://doi.org/10.1007/16618_2023_49)
- B. D. Djordjević, "Doubly stochastic and permutation solutions to  $AXA = XAX$  when  $A$  is a permutation matrix", Linear Algebra Appl. 661 (2023)79–105  
<https://doi.org/10.1016/j.laa.2022.12.013>

## Примена бифуркационе анализе динамичких система у популационој екологији

**Ментори.** Петар Тирковић, Предраг Ђорђевић

**Опис.** Формирање и анализа математичких модела су од великог значаја у популационој екологији. Они нам омогућавају да разумемо интеракције између врста, предвидимо промене у величини популација и екосистема, те развијемо стратегије за одрживо управљање и заштиту биолошких ресурса. Бифуркациона анализа је метод истраживања који се користи за праћење промена у локалној и глобалној динамици нелинеарних динамичких система при промени вредности параметара. Током праксе, студенти ће се упознати са основним типовима бифуркација: седло-чвор, транскритична, рачваста, Хопф и Богданов-Такенс бифуркација.

## Ментори

**Лука Милићевић.** Др Лука Милићевић, научни сарадник Математичког института САНУ, рођен је у Београду 1991. године. Основне, мастер и докторске студије је завршио на Универзитету у Кембриџу. Од октобра 2017. године је запослен на Математичком институту САНУ. Бави се истраживањем из комбинаторике, са посебним агласком на адитивну комбинаторику. члан је Комисије за Годишњу Награду Математичког института САНУ за најбољи мастер рад из математике и механике.

**Татјана Давидовић.** Др Татјана Давидовић је научни саветник у Математичком институту Српске академије наука и уметности. Такође је ангажована на докторским студијама Факултета техничких наука Универзитета у Новом Саду, Србија, на предметима Паралелно програмирање, Метаксеуристике и Оптимизација. Докторирала је 2006. године на Математичком факултету Универзитета у Београду са тезом Распоређивање задатака на вишепроцесорске системе применом метаксеуристика. Др Давидовић је учествовала у бројним научним пројектима, националним, билатералним и Темпус програма, а била је и руководилац два национална и два међународна пројекта. члан је програмских одбора неколико међународних конференција из области оптимизације, рачунарства и информационих технологија. Њена главна истраживачка интересовања обухватају паралелно рачунарство, распоређивање, комбинаторну оптимизацију, математичко програмирање, метаксеуристике, рачунарску интелигенцију (РИ). Објавила је 4 поглавља у међународним монографијама, 33 рада у рецензираним међународним часописима, више од 75 радова у зборницима конференција, одржала четири предавања по позиву на међународним конференцијама и више од 10 предавања у научним институцијама широм света. Према СЦОПУС бази, њени резултати су цитирани (без самоцитата) 497 пута, а њен Хирш индекс је 11. Др Давидовић је била ко-ментор за 4 докторска кандидата на Саобраћајном факултету и Математичком факултету Универзитета у Београду. Менторисала је 2 докторанта на Факултету техничких наука Универзитета у Новом Саду. Укључена је у летњу праксу за (до)дипломске студенте од њеног оснивања 2020. године, и била ко-ментор за 27 успешних кандидата.

**Драган Урошевић.** Др Драган Урошевић је научни саветник у Математичком институту Српске академије наука и уметности. Дипломирао на Математичком факултету Универзитета у Београду 1987. године. Магистрирао на Математичком факултету Универзитета у Београду 1994. године са тезом „Хеуристике за распоређивање паралелних програма на вишепроцесорске системе“. Године 2004. докторирао је са тезом „Решавање задатака на графовима коришћењем методе променљивих околина“ на Математичком факултету Универзитета у Београду. Његова главна истраживачка интересовања обухватају комбинаторну оптимизацију, математичко програмирање, метаксеуристике, рачунску сложеност и вештачку интелигенцију. Има искуство у развоју

дигиталних алата за доношење одлука о животној средини и планирање околине, омогућавајући заинтересованим странама да ефикасно анализирају податке, моделирајући различите проблеме оптимизације (на пример планирање производње хране), као и у развоју софтвера за решавање проблема оптимизације. Коаутор је три поглавља у монографијама, више од 45 радова у рецензираним међународним часописима и више од 20 радова у зборницима међународних конференција.

**Душан Рамљак.** Др Душан Рамљак је доцент за информационе науке на Државном универзитету Пенсилваније (Пенн Стате Греат Валлеи) од 2021. године. Бавио се применом науке о подацима у проблемима везаним за системе за складиштење у оквиру пројеката НСФ ИУЦРЦ са ХПЕ, Делл, Хуавеи и другим компанијама и има више од 20 година искуства у администрирању система у пословним и истраживачким окружењима на разним универзитетима, институтима и у компанијама у САД, Португалу и Србији. Његови истраживачки интереси обухватају решавање изазовних проблема система за складиштење, проблема порекла и кеширања, као и развој и интеграцију дистрибуираног и паралелног рударења података и технологије статистичког учења за ефикасно откривање знања у великим секвенцама и временским базама података. Др Рамљак је развио и предавао предмете из рачунарства и информатике, управљања системима, математике и електронике и менторисао је студенте који се баве истраживањем у рачунарским наукама. Коаутор је десетина публикација и бројних рецензија за научне часописе и конференције. Активно подржава студенчке иницијативе и иницијативе за приближавање науке широј публици.

**Рака Јовановић.** Др Рака Јовановић је математичар и стручњак за оптимизацију. Дипломирао је, магистрирао и докторирао на Универзитету у Београду 2002, 2007. и 2012. године. Радио је као истраживач на Институту за физику у Београду и на Texas A&M Universityu Kataru. Trenutno је vanredni istrazhivachki profesor na Univerzitetu u Beogradu i nauchnik u Katar Institutu za istrazhivanje zhivotne sredine i energije (QEERI). Његов рад у области примењене математике и оптимизације обухвата бројне публикације на теме попут метахеуристика, мешовитог целобројног програмирања и неуронских мрежа. Објавио је близу 100 радова и сарађивао са истраживачима из разних области. Такође је менторисао мастер и докторске студенте и држао наставу на различитим универзитетима. Као рецензент за водеће часописе и члан програмских одбора међународних конференција, значајно доприноси напретку своје области.

**Слободан Јелић.** Др Слободан Јелић је доцент на Катедри за геодезију и геоинформатику Грађевинског факултета Универзитета у Београду. Докторирао је на Природно-математичком факултету, Математичком одсеку Универзитета у Загребу 2015. године. У току професионалне каријере радио је Универзитету у Осијеку, Департману за математику где је завршио основне и мастер студије математике. У научно-истраживачком раду бави се решавањем тешких оптимizacionих проблема методима комбинаторне оптимизације, апроксимационим алгоритмима и



хеуристикама, с једне стране, и применама машинског учења у решавањима различитих проблема компјутерске визије, обраде сигнала и даљинске детекције, с друге стране. Објавио је неколико радова у међународним научним часописима и учествовано на међународним научним конференцијама и скуповима. Руководио је и учествовао у неколико научних пројеката и пројеката у сарадњи са привредом.

**Данило Карличић.** Др Данило Карличић рођен је 31. октобра 1986. године у Нишу. Машински факултет у Нишу уписао је школске 2005/2006. године и дипломирао 2010. године. Докторску дисертацију одбранио је на Машинском факултету Универзитета у Нишу 2016. године. Добитник је престижних европских постдокторских стипендија, укључујући истраживачку стипендију фондације Александар фон Хумболт за постдокторске истраживаче и индивидуалну стипендију Марија Склодовска-Кири. Његове области интересовања укључују механику чврстог тела, коначну теорију еластичности, нелинеарне осцилације и простирање еластичних таласа.

**Богдан Ђорђевић.** Др Богдан Ђорђевић је рођен 5. маја 1993. године у Лесковцу, Србија. Основне, мастер и докторске академске студије завршио је на Природно-математичком факултету Универзитета у Нишу, са просечном оценом 10. Године 2017. освојио је награду МИ САНУ за најбољи мастер рад у области математике и механике за ту академску годину. Тренутно је научни сарадник у МИ САНУ, у коме је секретар Семинара за математичку анализу и примене. Публиковао је више научних радова и написао два поглавља у монографијама. Бави се теоријом оператора и њеним применама у функционалној анализи, матричној анализи и линеарној алгебри.

**Предраг Ђорђевић.** Предраг Ђорђевић је истраживач-сарадник на Математичком институту САНУ. Рођен је 1996. године у Приштини. Мастер студије завршио је на Природно-математичком факултету у Нишу са темом „Практични аспекти повратне бифуркације код математичких модела туберкулозе“. На истом факултету тренутно завршава докторске студије. Од 2021. године је запошљен на Математичком институту. Његови истраживачки интереси се углавном односе на квалитативну анализу диференцијалних система. Ужа област интересовања је анализа различитих типова бифуркација код еколошких и епидемиолошких модела.

**Петар Ђирковић.** Петар Ђирковић, студент докторских студија и истраживач-сарадник на Математичком институту САНУ, рођен је 1996. године у Нишу. Мастер студије завршио је на Природно-математичком факултету у Нишу са темом „Бифуркациона анализа СИР епидемиолошког модела са медицинским третманом“. Његова научна интересовања су квалитативна анализа динамичких система, теорија бифуркација, као и моделирање еколошких модела.