



Математички институт САНУ
Одељење за механику

Среда 18.5.2016. сала 2, САНУ

ЈЕДНОДНЕВНИ СКУП ПОВОДОМ ОБЕЛЕЖАВАЊА 70. ГОДИШЊИЦЕ МАТЕМАТИЧКОГ ИНСТИТУТА САНУ

Владан Д. Ђорђевић, САНУ

Пертурбационе методе вишеструких размера и разложених координата, и њихова примена у решавању нелинеарних проблема механике

Резиме: Пертурбационе методе – методе засноване на присуству малог параметра у алгебарским једначинама, и обичним и парцијалним линеарним и нелинеарним диференцијалним једначинама представљају моћно средство у добијању приближних аналитичких решења ових једначина. У низу таквих метода које су добро изучене у литератури, у оквирима овог саопштења биће изложене две које су донекле сродне: метода вишеструких размера (multiple scale method) и метода разложених координата (strained coordinate method). Биће приказана суштина обеју метода, њихове предности и недостаци, и могућности примене. У низу могућих случајева примене изабран је пример Duffing-ове диференцијалне једначине.

Теодор М. Атанацковић, САНУ

Вискоеластичност реалног и комплексног фракционог реда

Резиме: Посматра се линеарна теорија вискоеластичности за случај када се у конститутивној једначини јављају фракциони изводи реалног и комплексног реда. Испитује се решивост гранично-почетних проблема за случај просторно једнодимензијског тела. Посебна пажња се посвећује ограничењима на коефицијенте у конститутивној једначини која следе из услова дисипативности. Детаљно ће бити приказани примери пузања и релаксације напона.

Милош Којућ, САНУ

Један преглед решавања проблема методама рачунске механике

Резиме: У саопштењу ће бити дат кратак осврт на проблеме решавање методама рачунске механике, пре свега методом коначних елемената у којима је аутор учествовао са својим сарадницима. Аутор је иницирао 1975. године рад на Универзитету у Крагујевцу на развоју нумеричких метода механике и софтвера за решавање инжењерских проблема. Тада је започет развој софтверског пакета ПАК (Програм за Анализу Конструкција). Данас је ПАК веома обиман програм који се даље развија и примењује у областима механике солида, флуида, поља физичких величина, биомеханике, мултифизике. Биће наведени типични примери примене и неки од садашњих проблема на којима се ради на Универзитету у Крагујевцу и ИР Центру за биоинжењеринг. Такође, биће приказани изазови и лепота решавања методама рачунске механике када се разматрају проблеми као што је, на пример, транспорт лека у капиларном систему и раст тумора.

Nenad Filipovic, Faculty of Engineering, University of Kragujevac

Computer modeling of abdominal aortic aneurysms

Nenad Filipovic^{a,b}, Zarko Milosevic^{a,b}, Igor Koncar^c, Lazar Davidovic^c

a) Faculty of Engineering, University of Kragujevac, 34000 Kragujevac, Serbia

b) BioIRC Bioengineering Research and Development Center, 34000 Kragujevac, Serbia

c) Clinic for Vascular and Endovascular Surgery, Serbian Clinical Centre, 11000 Belgrade, Serbia

We analysed Abdominal Aortic Aneurysms (AAA) with mechanical-biochemical model on the real patient case. Material properties of the aorta wall are determined with inflation bubble test method. Hardware-software system for acquisition of the tissue specimen displacement is developed. A specific image processing procedure for determining relation between deformation and stress is implemented. Blood flow in the lumen is simulated with Navier-Stokes and continuity equation. Fluid-structure interaction procedure for nonlinear deformation of the wall is used. Several patients are monitored for 6, 12, 24 months follow-up. We used three additional reaction-diffusion equations for the coagulation process. It is triggered at endothelial damage, when tissue factor binds with blood-borne factor VIIa. Three components for biochemical analysis of thrombosis grow: Thrombin, Antihemophilic factor, Proaccelerin (IX) are used.

We detected from image reconstruction a total wall volume increasing for each patient. By fitting of total volume increasing with reaction-diffusion model, concentration of thrombin is calculated. It can open a new avenue for AAA predictive analysis and components wall thrombosis detection.

Мирослав Живковић, Факултет инжењерских наука Универзитета у Крагујевцу

Нумеричке методе за анализу конструкција

Резиме: У раду су приказани неки од развијених нумеричких алгоритама, имплементираних у софтверски пакет опште намене PAK-Multiphysics за линеарну и нелинеарну статичку и динамичку анализу конструкција, механику лома и замор, провођење топлоте, струјање воде кроз порозне средине, динамику флуида и спрегнуте проблеме. Модул за анализу конструкција је заснован на Методи коначних елемената (FEM) и има базу коначних елемената различитог облика (штап, 2Д, 3Д, љуска, греда, супергрдни елемент деформабилног пресека опште геометрије, контактни елементи, ...), којима могу да се детаљно моделирају реалне конструкције. Сви коначни елементи су побољшани методом инкомпатибилних модова, а елементи љуске додатно селективном интеграцијом. Приказане су две методе за решавање контактних проблема и то метода Лагранжеових множилаца и Пеналти метода. Дати су алгоритми за материјалну и геометријску нелинеарну анализу при малим и великим деформацијама. За решавање материјалне нелинеарности уграђени су материјални модели за: термо-еласто-пластичну анализу метала са мешовитим ојачањем (Којићев метод водећег параметра-GPM), паметне материјале, полимере, композитне материјале, као и велики број материјалних модела за геолошке материјале и бетон. За решавање нелинеарних једначина баланса на нивоу конструкције користи се више инкрементално итеративних метода. У динамичкој анализи користе се имплицитне и експлицитне методе интеграције једначина кретања. У модул за механику лома и замор поред Метода коначних елемената, уграђене су Проширена метода коначних елемената (X-FEM) и Безмрежна метода (EFG). Показана је предност X-FEM у односу на FEM, да при решавању проблема заморног раста прслине није потребно да се коригује почетна мрежа коначних елемената. Ефикасност претходно наведених алгоритама приказана је одговарајућим примерима. Могућност спрегнутог решавања више физичких поља при прорачунима провођења топлоте, филтрације и чврстоће, показана је на моделу бране Ђердап који је моделиран са око два милиона тетраедарских коначних елемената са међучворовима.

Katica (Stevanović) Hedrih, Mathematical institute SANU, Belgrade

A review of Hedrih's theorems

Abstract: Lecture is related to series of the theorems formulated by Katica (Stevanović) Hedrih and intraduced corresponding new terminology.

References

1. K. R. Hedrih (Stevanović), (2001), Vector Method of the Heavy Rotor Kinetic Parameter Analysis and Nonlinear Dynamics, University of Niš 2001, Monograph, p. 252. (in English), YU ISBN 86 7181-046-1.
2. R. K. Hedrih (Stevanović), (2004), *A Trigger of Coupled Singularities*, MECCANICA, Vol.39, No. 3, 2004., pp. 295-314. , DOI: 10.1023/B:MECC.0000022994.81090.5f,

3. K.R. Hedrih (Stevanović), The Dissipation Function of a Nonconservative System of Mass Particles, *Tensor*, N.S., Vol.63, No.2(2002), pp.176-186. Tensor Society, Japan
4. K.R. Hedrih (Stevanović), The Dissipation Function of a Nonconservative System of Mass Particles, *Tensor*, N.S., Vol.63, No.2(2002), pp.176-186. Tensor Society, Japan.
5. K.R. Hedrih (Stevanović), (2014), Generalized function of fractional order dissipation of system energy and extended Lagrange differential Lagrange equation in matrix form, *Dedicated to 86th Anniversary of Radu MIRON'S Birth.*, **Tensor**, Vol. 75, No. 1. pp. 35-51. Tensor Society (Tokyo), c/o Kawaguchi Inst. of Math. Soc., Japan. ISSN 0040-3604..
6. K.E. Hedrih (Stevanović), (2014), Elements of mathematical phenomenology in dynamics of multi-body system with fractional order discrete continuum layers, *Dedicated to the 100th Anniversary of the Russian Academician Yury Rabotnov*, Special issue of *International Journal of Mechanics*, 2014, Vol. 8, pp. 339-346, ISSN: 1998-4448 .(Paper submitted in January 2014), Journal indexed in SCOPUS (<http://www.naun.org/cms.action?id=2828>).
7. K. R. Hedrih (Stevanović), (214), Multi membrane fractional order system vibrations, Theoretical and Applied mechanics, Series: Special Issue – Dedicated to memory of Anton D. Bilimovič (1879-1970), Guest Editors: Katica R. (Stevanović) Hedrih and Dragoslav Šumarac, 2014, Vol. 41 (S1), pp. 43-61.
8. K. R. Hedrih (Stevanović), (2008), Energy transfer in double plate system dynamics, *Acta Mechanica Sinica*, Volume 24, Number 3 / June, 2008, pp. 331-344, DOI 10.1007/s10409-007-0124-z, Springer Berlin / Heidelberg, ISSN (567-7718 (Print) 1614-3116 (Online),
9. K. R. Hedrih (Stevanović), (2008), Energy interaction between linear and nonlinear oscillators (Energy transient through the subsystems in the hybrid system), *ISSN 1027-3190. Ukr. mat. Őrn.*, 2008, t. 60, # 6, pp. 796-814. <http://springerlink.com/content/5717572370176j67/>. ISSN 0041-5995; ISSN 1027-3190
10. K.R. Hedrih (Stevanović), J. Tenreiro Machado, (2013), Discrete fractional order system vibrations, *International Journal Non-Linear Mechanics*, July 2015, 73(2015)2–11, DOI: 10.1016/j.ijnonlinmec.2014.11.009 ; ISSN 0020-7462. <http://www.elsevier.com/locate/nlm>,
11. K.R. Hedrih (Stevanović), (2015), Elements of mathematical phenomenology: I. Mathematical and qualitative analogies, Труды МАИ. Выпуск №84, pp. 42 (1-42) www.mai.ru/science/trudy/ , http://www.mai.ru/upload/iblock/5f6/hedrih_eng_1.pdf, Эл № ФС77-58560, ISSN: 1727-6942
12. K.R. Hedrih (Stevanović), (2015), Elements of mathematical phenomenology: II. Phenomenological approximate mappings, Труды МАИ. Выпуск №84, pp. 29 (1- 29) www.mai.ru/science/trudy/, http://www.mai.ru/upload/iblock/5c5/hedrih_eng_2.pdf, , Эл № ФС77-58560, ISSN: 1727-6942
13. K.R. Hedrih (Stevanović), (2012), Energy and Nonlinear Dynamics of Hybrid Systems, Book Chapter, in *Dynamical Systems and Methods*, Edited by Albert Luo, Tenreiro Machado and D Baleanu, , 2012, Part 1, Pages 29-83, 2012, DOI: 10.1007/978-1-4614-0454-5_2 , ISBN 978-1-4614-0453-8, e-ISBN 978-1-4614-0454-5, Springer New York Dordrecht Heidelberg London
14. K. P. Hedrih (Stevanović), (2012), Advances in Classical and Analytical Mechanics: A reviews of Author's Reults, Special Issue, Theoretical and Applied Mechanics, Vol. 40 (S1), pp. 293- 383. DOI : 10.2298/TAM12S1293H, Math.Subj.Class.: 70-02; 70E55; 70F40; 70G10; 70G45; 70J50; 70K50; 70K28; ISSN 1450-5584. <http://www.mi.sanu.ac.rs/projects/174001a.htm>, <http://www.ssm.org.rs/>

Велько Дмитрашиновић, Институт за физику

Новији напредак у нумеричком решавању Њутновог проблема три тела

Резиме: Даћу кратак преглед недавног напретка у нумеричком решавању Њутновог проблема три тела, са нагласком на радовима урађеним у ИФ, у Земуну током предходних 5 година. Укратко ћу продискутовати нову регуларност/везу између периода периодичних решења и њихових топологија, као и хипотезу о постојању КАМ стабилних решења "у основу/на извору" сваког таквог низа, као и нека друга отворена математичка питања.

Србољуб Симић, Факултет техничких наука, Нови Сад

Неки аспекти неравнотежних процеса у вишетеemperатурним гасним мешавинама

Резиме: Анализа неравнотежних процеса у гасним мешавинама може почивати на различитим моделима, који се међусобно разликују по томе колко дубоко задиру у структуру материје и у којој су мери у стању да обухвате стања и процесе који одступају од локалне равнотеже. Модел вишетеemperатурне мешавине развијен је у оквиру проширене термодинамике са намером да пружи дубљи увид у процесе везане за размену масе, количине кретања и унутрашње енергије током неравнотежних процеса. За разлику од стандардних модела у термомеханици континуума, у њему се свакој компоненти мешавине придружују поља брзине и температуре и на тај начин се прати одступање система од локално равнотежног стања које карактеришу једнаке брзине и температуре свих компонената.

У оквиру овог приступа је анализирана мешавина идеалних гасова у којима су занемарени транспортни ефекти (вискозност и топлотна проводљивост). Под овим претпоставкама су анализирана два карактеристична неравнотежна процеса. Најпре је проучена структура ударног таласа у бинарној мешавини инертних (нереактивних) гасова и детаљно анализирана зависност прескока температуре масивније компоненте од односа маса. Утврђено је да је под одређеним условима ова зависност немонотона, и да је главни узрок недовољна размена унутрашње енергије између компонената. Други неравнотежни процес који је анализиран је структура детонационог путујућег таласа у случају реверзибилне хемијске реакције. У овом проблему је разматран утицај разлике температура компонената на брзину одвијања реакције, као и на профиле величина стања. Утврђено је да при нижим вредностима активационе енергије присуство различитих температура утиче на појаву немонотоности профила свих величина стања, док се при повећању активационе енергије овај ефекат постепено губи. Такође, са повећањем активационе енергије повећава се и ширина профила, односно смањује се брзина конвергенције равнотежном стању.

Резултати који ће бити саопштени плод су сарадње са следећим колегама: Tommaso Ruggeri (Bologna, Italia), Дамир Мађаревић (Нови Сад, Србија) и Ana Jacinta Soares (Braga, Portugal).

Душан Зорица, Математички институт САНУ

Моделирање простирања таласа и провођења топлоте коришћењем теорије фракционог рачуна

Резиме: Фракциони извод је нелокални оператор, који је у случају Капутовог фракционог извода дефинисан као конволуција степене функције као језгра и класичног извода. У граничном случају када ред фракционог извода тежи нули, односно јединици, фракциони извод функције тежи самој

функцији, односно њеном првом изводу. Својство нелокалности фракционог извода игра главну улогу у моделирању како меморијских ефеката, када је вредност неке физичке величине у датом тренутку условљена вредностима те физичке величине у свим претходним тренуцима, тако и нелокалних ефеката када је вредност неке физичке величине у датој тачки простора условљена вредностима те физичке величине у свим осталим тачкама простора. Оба наведена својства фракционих извода ће бити коришћена у моделирању простирања таласа и провођења топлоте.

Класична таласна једначина је добијена из следећег система једначина: динамичке једначине деформабилног тела, конститутивне једначине (Хуковог закона) и мере деформације. Како је динамичка једначина последица другог Њутновог закона, она се не уопштава. Конститутивна једначина описује одговор деформабилног тела, т.ј. деформацију материјала, на примењена оптерећења. Конститутивна једначина се уопштава у оквиру теорије фракционог рачуна и добија се класа конститутивних једначина које описују вискоеластичне материјале. Показано је да се коришћењем временских фракционих извода у конститутивној једначини задовољавајуће добро моделирају меморијски ефекти у вискоеластичном материјалу. Просторни фракциони изводи се користе за моделирање нелокалних ефеката у материјалу и могу се јављати, као у конститутивној једначини, тако и у мери деформације, уколико су задовољени одређени физички захтеви.

Класична једначина провођења топлоте је добијена коришћењем првог принципа термодинамике примењеног на крути топлотни проводник и конститутивно задатог закона провођења топлоте (Фуријевог закона). Први принцип термодинамике се не уопштава, док је конститутивна једначина, која повезује топлотни флуks и градијент темпратуре, генерализована увођењем историје промене топлотног флуksа и нелокалног градијента температуре. Историјски и нелокални ефекти су моделирани фракционим изводима.

Т. Атанацковић, Н. Шаламел, М. Јанев, С. Коњик, Љ. Опарница, С. Пилиповић, Д. Спасић, Б. Станковић су коаутори на радовима чији је преглед и сажетак садржај презнетације.

Борислав Гајић, Математички институт САНУ

О кретању симетричног крутог тела

Резиме: Разматрају се Ојлерове једначине кретања n -димензионог крутог тела које допуштају $SO(n-2)$ или $SO(n-3)$ симетрију. При фиксираним нултим вредностима линеарних Нетериних интеграла показује се да је систем решив у квадратурама иако у том случају теорема о потпуној интегралности не може директно да се примени. У случају $SO(n-2)$ симетрије дата је и одговарајућа интеграција и показано је да се решење могу представити као елиптичке функције времена. Резултати су део заједничког рада са Владимиром Драговићем и Божидаром Јовановићем.